

数 学 問 題

(理工学部 物質・環境類)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む6枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、問題 5 と問題 6 を含むすべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 問題 1 から問題 4 までは全て解答してください。
問題 5 (数学 III の内容を含まない) と問題 6 (数学 III の内容を含む) は選択問題ですので、どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また、選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。「選択しない」と記入しなかった場合や問題 5 と問題 6 の両方を解答した場合は、両方の答案が0点になることがありますので、注意してください。
7. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
8. 問題 5 と問題 6 の選択問題の解答用紙を含む6枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下書用紙 (1)

下書用紙 (2)

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

1

1個のさいころを3回続けて投げるとき、出た目の数を順に a , b , c とおく。以下の問に答えよ。

- (1) a , b , c のうち、少なくとも2つは偶数である確率を求めよ。
- (2) 積 abc が60である確率を求めよ。
- (3) 2次方程式 $x^2 - (a + b)x + c = 0$ が虚数解をもつ確率を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

2

a, b, c を実数の定数とする。 x についての整式 $A(x)$ と $B(x)$ を

$$A(x) = x^3 - 3ax^2 + 3bx + c, \quad B(x) = x^2 - 2ax + b$$

とおく。3次方程式 $A(x) = 0$ は $x = -1$ を解にもつとし、 $A(x)$ を $x + 1$ で割った商を $Q(x)$ とする。以下の問に答えよ。

(1) $Q(x)$ を求めよ。また、 c を a と b を用いて表せ。

(2) 方程式 $Q(x) = 0$ が実数解をもつとき、方程式 $B(x) = 0$ も実数解をもつことを示せ。

(3) 2つの方程式 $Q(x) = 0$, $B(x) = 0$ がともに $x = a + 1$ を解にもつとき、定数 a の値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

3

数列 $\{a_n\}$ は次の条件によって定められている。

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = \frac{n+1}{3n} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問に答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 和 $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

4 1辺の長さが $\sqrt{2}$ の正四面体OABCがある。辺ABを $t:(1-t)$ に内分する点をP, 辺BCを $t^2:(1-t^2)$ に内分する点をQとする。ただし, t は $0 < t < 1$ を満たす実数とする。以下の問に答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ を t を用いて表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ の最大値と, そのときの実数 t の値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名

受験
番号

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか 1 題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

5

 xy 平面上において、連立不等式

$$y \leq -x^2 + 4x, \quad 2x + y \geq 0$$

の表す領域を A とする。以下の問に答えよ。

(1) 領域 A の面積を求めよ。

(2) 点 (x, y) が領域 A を動くとき、 $\frac{y+11}{x+6}$ の最大値と最小値を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名

受験
番号

問題 5 と問題 6 は選択問題ですので、どちらか1題を選択し、その解答は選択した問題の解答欄に記入してください。
また選択しなかった問題の解答欄に「選択しない」と記入してください。

6 $f(x) = x \log(1+x)$ とおく。ただし、 $\log x$ は x の自然対数を表す。以下の問に答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(0, 0)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。
- (3) 直線 $y = x$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

[解答欄]

得
点